

# Управление в технических системах

© 2024 г. Д.Д. ЯПАРОВ (iaparovdd@susu.ru),  
А.Л. ШЕСТАКОВ, д-р техн. наук (president@susu.ru)  
(Южно-Уральский государственный университет (НИУ), Челябинск)

## САМОРЕГУЛЯРИЗИРУЮЩИЙ МЕТОД ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ<sup>1</sup>

Рассматривается динамическая измерительная система. Предлагается новая модель измерительной системы, метод обработки результатов измерений и метод восстановления входного сигнала системы по зашумленному выходному. Приведены оценка точности метода и вычислительный эксперимент, демонстрирующий эффективность метода восстановления сигнала.

*Ключевые слова:* обработка результатов измерений, динамические измерения, саморегуляризация, восстановление сигнала.

**DOI:** 10.31857/S0005231024040073, **EDN:** ZGBRRO

### 1. Введение

Эффективность технологических процессов напрямую связана с обеспечением оптимальности параметров систем управления процессом. Точность контроля соблюдения и оптимизация параметров зависят от точности обработки данных о состоянии системы. В быстропротекающих энергоемких технологических процессах состояние системы изменяется в течение короткого промежутка времени. В силу зашумленности выходного сигнала и инерционности измерительной системы для отражения ее истинного состояния необходимо располагать информацией о входном сигнале. Другим фактором, оказывающим существенное влияние на точность обработки данных о состоянии системы, является зашумленность выходного сигнала. Проблема зашумленности в сочетании с инерционностью измерительной системы становится особенно острой при обработке динамических измерений, выполненных в малый промежуток времени, когда даже небольшой шум в исходных данных приводит к существенному искажению результатов их обработки. Проблеме обработки зашумленных динамических сигналов посвящены работы многих исследователей. Среди работ, посвященных этой области исследования, выделим подход, базирующийся на использовании теории управления [1]. В этой

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание на выполнение фундаментальных научных исследований № FENU-2023-0010 (2023010ГЗ)).

работе предлагается модель измерительной системы с модальным управлением динамическими характеристиками, а в [2] предложен ряд способов коррекции динамической погрешности, основанных на применении теории автоматического управления. Другой подход к обработке зашумленных динамических измерений заключается в создании инженерных решений. К этой области исследований относятся следующие работы В.А Грановского [3, 4], где предлагается использовать испытательные сигналы для коррекции шума в динамических измерениях; работа S. Engelberg [5], где предполагается введение дополнительных фильтров для уменьшения негативного влияния шумов, а также [6], посвящена новому подходу к сбору данных. Отдельное направление исследований обработки зашумленных динамических сигналов связано с использованием теории и методов решения обратных задач. К этому направлению относятся работы Г.Н Солопченко [7–9], где предлагается использовать методы регуляризации А.Н. Тихонова в области динамических измерений, работа А.Ф Верланы [10], где задача обработки зашумленной информации сводится к решению уравнений Фредгольма первого рода, а также работа А. Forbes [11], где проблема обработки динамических измерений представлена обратной задачей, решаемой путем использования гауссовых процессов. В данной статье предложен метод обработки зашумленных динамических измерений, обладающий эффектом саморегуляризации и не требующий значительной перенастройки параметров измерительной системы.

## 2. Модель измерительной системы с обратными связями

Измерительные системы имеют на входе первичный измерительный преобразователь (датчик), поэтому входной сигнал  $U(t)$  недоступен для непосредственного измерения. В силу инерционности измерительной системы для получения информации об истинном состоянии системы возникает необходимость в восстановлении входного сигнала  $U(t)$  по выходному сигналу датчика. Один из методов восстановления входного сигнала был предложен в [12] и включает модель измерительной системы с обратными связями. Структурная модель этой системы представлена на рис. 1.

В этой модели выделяют несколько групп коэффициентов. К первой группе относятся коэффициенты  $a_i$ , связанные с выходным сигналом, ко второй – коэффициенты  $b_j$ , связанные с входным сигналом. К следующей группе относятся коэффициенты  $d_j$ , являющиеся характеристиками фильтров. Эти характеристики настраиваются пользователем в зависимости от характера шума входного сигнала. К последней группе относятся  $k_i$ , являющиеся коэффициентами обратных связей и предназначенные для корректировки значений динамической погрешности.

Существенная трудность использования модели с обратными связями заключается в том, что при изменении уровня зашумленности выходного сигнала возникает необходимость в корректировке всех динамических характеристик измерительной системы, когда для коэффициентов  $k_i$  и  $d_j$  необходимо

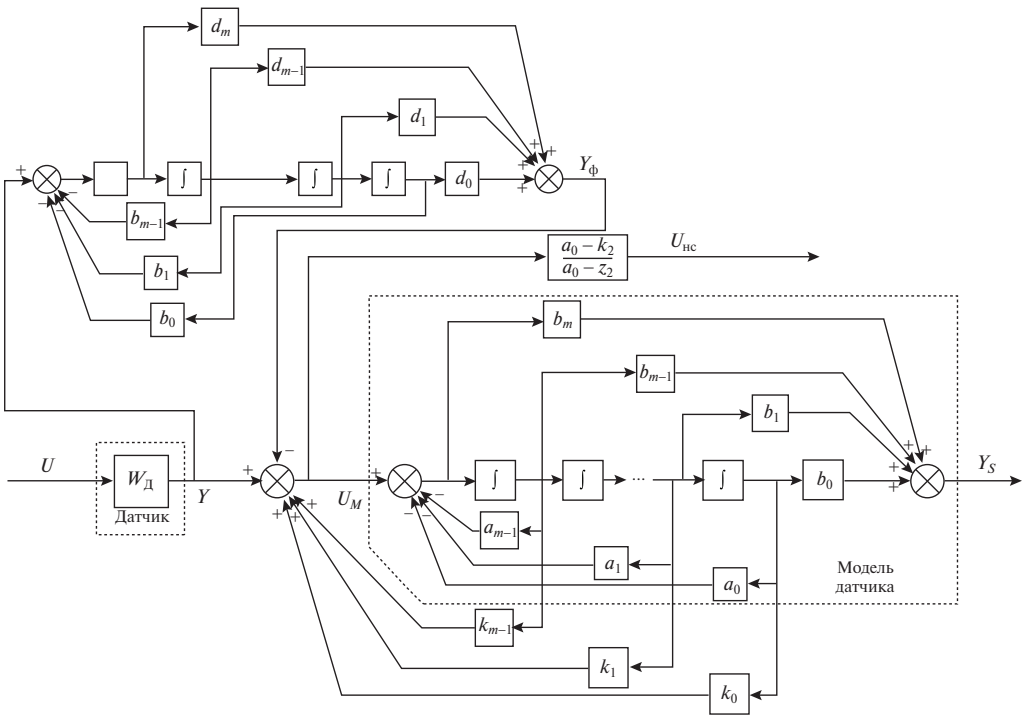


Рис. 1. Структурная модель измерительной системы.

выбрать новые значения. При этом изменения характеристик, относящихся к одной группе, не происходит автоматического изменения характеристик других групп, а корректировка каждой характеристики внутри одной группы происходит независимо для каждого параметра. Таким образом, процесс перенастройки динамических характеристик приводит к усложнению алгоритма обработки сигнала. Для решения задачи снижения сложности алгоритмов обработки выходного сигнала возникает необходимость в разработке модели измерительной системы, в которой количество групп параметров, настраиваемых пользователем, сведено к минимуму.

### 3. Модель измерительной системы без обратных связей

В рамках данной работы предложена дискретная модель измерительной системы без обратных связей, позволяющая, не задействовав обратные связи и дополнительные фильтры, восстанавливать сигналы по зашумленным исходным данным. Иными словами, из структуры модели исключены параметры обратных связей  $k_i$  и параметры фильтров  $d_j$ , что позволит уменьшить количество настраиваемых параметров. В предлагаемой модели блок коррекции и дополнительные фильтры заменены на блок восстановления входного сигнала. Модель блока представлена на рис. 2, где  $U(t)$  – входной сигнал,  $U_S(t)$  – восстановленный сигнал,  $Y_M(t)$  – выходной сигнал модели,  $c_l, g_j$  – коэффициенты модели измерительной системы,  $l = \overline{0, n}, j = \overline{0, m}$ .

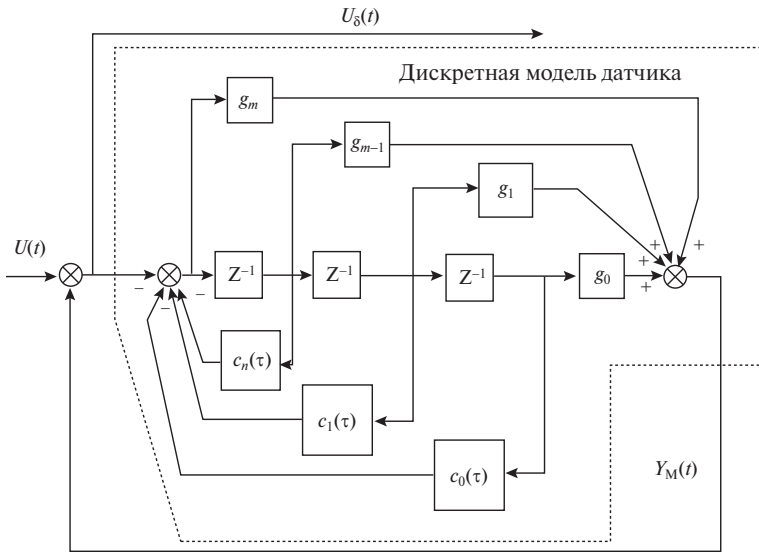


Рис. 2. Блок восстановления входного сигнала в дискретной модели без обратных связей. Обозначения:  $U(t)$  – входной сигнал,  $U_\delta(t)$  – восстановленный сигнал,  $Y_M(t)$  – выходной сигнал модели,  $c_l, g_j$  – коэффициенты модели измерительной системы,  $l = \overline{0, n}, j = \overline{0, m}$ .

Построение математической модели измерительной системы без обратных связей осуществим следующим образом. Основываясь на концепции, принятой в теории динамических измерений [2], передаточная функция  $W(p)$  измерительной системы без обратных связей:

$$(1) \quad W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} = \frac{y(p)}{u(p)}.$$

На первом этапе построения математической модели системы без обратных связей представим передаточную функцию (1) дифференциальным уравнением:

$$(2) \quad \begin{aligned} a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y &= \\ &= b_m u^{(m)} + b_{m-1} u^{(m-1)} + \dots + b_1 u' + b_0 u. \end{aligned}$$

Из-за искаженности выходного сигнала состоянию системы в начальный момент времени  $t = 0$  соответствуют условия

$$y(0) = q_0, y'(0) = q_1, \dots, y^{(n-2)}(0) = q_{n-2}.$$

Обозначим  $U = b_m u^{(m)} + b_{m-1} u^{(m-1)} + \dots + b_1 u' + b_0 u$ . Получаем, что математическая модель без обратных связей (2) имеет вид:

$$(3) \quad a_n y^{(n)} + a_{(n-1)} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y = U,$$

$$(4) \quad y(0) = q_0, y'(0) = q_1, \dots, y^{(n-2)}(0) = q_{n-2}.$$

Предложенная математическая модель (3), (4) обладает свойством многофункциональности. С одной стороны, она служит основой для валидации дискретной модели без обратных связей, когда, основываясь на известном входном сигнале  $U(t)$ , необходимо найти функцию  $Y_M(t)$ , соответствующую выходному сигналу измерительной системы без обратных связей и сравнить полученные результаты с выходным сигналом  $Y_S(t)$ , сформированным системой с обратными связями. С другой стороны, уравнение (3) используется для разработки вычислительной схемы восстановления входного сигнала  $U(t)$  по известному выходному сигналу  $Y(t)$ . Отметим, что при восстановлении входного сигнала необходимо учитывать, что в измеренном выходном сигнале неизбежно присутствуют шумы и достаточная информация для восстановления входного сигнала предложенным методом заключается в том, что его совокупный уровень не превосходит некоторого уровня  $\delta$ . Математически эту ситуацию представим следующим образом. В задаче восстановления входного сигнала требуется по зашумленному выходному сигналу  $Y(t)$  найти входной сигнал  $U_\delta(t)$  при условии, что отклонение  $Y(t)$  от точных значений выходного сигнала не превосходит величины  $\delta$ .

#### 4. Валидация модели без обратных связей

На первом этапе валидации в систему с обратными связями и систему без обратных связей подается известный входной сигнал  $U(t)$ . В системе с обратными связями формируется выходной сигнал  $Y_S(t)$ , а в системе без обратных связей – выходной сигнал  $Y_M(t)$ . На следующем этапе валидации оценивается отклонение  $Y_M(t)$  от  $Y_S(t)$ . Если величина отклонения не превосходит уровень  $\delta$ , то валидация признается успешной.

Для построения метода формирования выходного сигнала  $Y_M(t)$  предлагается следующий подход. Основываясь на идее, представленной в [13], определим функции  $z_k$  следующим образом:

$$\begin{aligned} y &= z_1, \\ y' &= z'_1 = z_2, \\ y'' &= z'_2 = z_3, \\ &\dots \\ y^{(n-2)} &= z'_{n-3} = z_{n-2}. \end{aligned}$$

Тогда уравнение (3) преобразуется в систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} y = z_1, \\ y' = z'_1 = z_2, \\ y'' = z'_2 = z_3, \\ \dots \\ a_n z''_{n-2} + a_{n-1} z'_{n-2} + a_{n-2} z_{n-2} + \dots + a_2 z'' + a_1 z' + a_0 z = U, \end{cases}$$

а условия (4) примут вид:  $z_1(0) = q_0, z_2(0) = q_1, \dots, z'_{n-2}(0) = q_{n-2}$ .

Преобразовав последнее уравнение в системе, окончательно получаем, что основой для валидации модели без обратных связей служит система

$$(5) \quad \begin{cases} y = z_1, \\ y' = z'_1 = z_2, \\ y'' = z'_2 = z_3, \\ \dots \\ a_n z''_{n-2} + a_{n-1} z'_{n-2} + a_{n-2} z_{n-2} = U - a_{n-3} z_{n-3} - \dots - a_2 z'' - a_1 z' - a_0 z \end{cases}$$

с начальными условиями

$$(6) \quad z_1(0) = q_0, z_2(0) = q_1, \dots, z'_{n-2}(0) = q_{n-2}.$$

Из (5), (6) требуется найти функции  $z_k(t)$ ,  $k = \overline{1, n-2}$ . Отметим, что задача (5), (6) относится к классу обратных задач, специфика которых заключается в том, что наличие шумов или малых отклонений в исходных данных приводит к существенному искажению конечного результата и для обеспечения устойчивости метода относительно шумов необходимо использовать регуляризацию. В теории обратных задач регуляризация осуществляется либо за счет введения в уравнение дополнительного стабилизирующего функционала с некоторым параметром регуляризации [14], либо «при решении некоторых типов задач можно обойтись дискретизацией, минуя шаг регуляризации, в таком случае говорят о саморегуляризации задачи при ее дискретизации» [15]. В данной работе предложен метод, параметром регуляризации в котором является шаг дискретизации.

Основные этапы формирования  $Y_M(t)$  состоят в следующем. Сначала выбирают некоторое значение шага дискретизации  $\tau$ , разделив отрезок  $[0; T]$  на  $R$  частей,  $R = (T - 0)/\tau$ . Тогда  $t_i = (i - 1)\tau$ , значению функций  $z_k(t)$  в момент времени  $t_i$  соответствует обозначение  $z_k(t_i) = z_k^i$ ,  $k = \overline{1, n-2}$ ,  $i = \overline{1, R+1}$ . Начальные условия примут вид  $z_k^1 = q_k$ .

Далее, опираясь на конечно-разностные представления производных

$$z'_{n-2}(t_i) = \frac{z_k^i - z_k^{i-1}}{\tau}, \quad z''_{n-2}(t_i) = \frac{z_{n-2}^i - 2z_{n-2}^{i-1} + z_{n-2}^{i-2}}{\tau^2}, \quad i = \overline{1, K}, \quad k = \overline{1, n-2},$$

преобразуют последнее уравнение системы (5). Получается:

$$(7) \quad z_{n-2}^i = \left( U_{i-2} - c_{n-2} z_{n-2}^{i-2} - c_{n-1} \left( \frac{z_{n-2}^{i-1}}{\tau} \right) \right) c_n,$$

где коэффициенты  $c_{n-2}, c_{n-1}, c_n$  являются коэффициентами модели без обратных связей и определяются формулами:

$$c_{n-2} = \frac{a_n}{\tau^2} - \frac{a_{n-1}}{\tau} + a_{n-2}, \quad c_{n-1} = \frac{-2a_n}{\tau} + a_{n-1}, \quad c_n = \frac{\tau^2}{a_n},$$

значения  $U_i$  формируются из входного сигнала  $U = b_m u^{(m)} + b_{m-1} u^{(m-1)} + \dots + b_1 u' + b_0 u$ . Затем из оставшихся уравнений системы (5) с помощью (7) находят значения  $z_k^i$ ,  $k = \overline{n-3, 1}$  вплоть до значений  $z_1^i$ , которые соответствуют значениям  $Y_M(t_i)$ .

Процесс валидации считается успешным, если выполняется условие  $|Y_M(t_i) - Y_S(t_i)| \leq \delta$  в каждый момент времени  $t_i$ , в противном случае возвращаемся к начальному этапу вычислительной схемы с новым параметром  $\tau$ .

## 5. Метод восстановления входного сигнала

Основой метода восстановления входного сигнала  $U_\delta(t)$  по известному зашумленному выходному сигналу  $Y(t)$  служит конечно-разностный аналог уравнения (2) с фиксированным  $\tau$ , полученным на этапе валидации модели без обратных связей, и начальные условия:

$$(8) \quad u(0) = r_0, \quad u'(0) = r_1, \quad \dots, \quad u^{(m-2)}(0) = r_{m-2}.$$

Для построения вычислительной схемы восстановления входного сигнала  $U_\delta(t)$  ведем обозначение  $Y = a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0$ . Подставив  $Y$  в уравнение (2), получаем:

$$b_m u^{(m)} + b_{m-1} u^{(m-1)} + \dots + b_1 u' + b_0 u = Y.$$

Далее, как и на этапе валидации, применим метод понижения порядка, выполнив следующую замену переменных:

$$\begin{aligned} u &= v_1, \\ u' &= v_1' = v_2, \\ u'' &= v_2' = v_3, \\ &\dots \\ u^{(n-2)} &= v_{n-3}' = v_{n-2}. \end{aligned}$$

В результате получим систему

$$(9) \quad \begin{cases} u = v_1, \\ u' = v_1' = v_2, \\ u'' = v_2' = v_3, \\ \dots \\ b_m v_{m-2}'' + b_{m-1} v_{m-2}' + b_{m-2} v_{m-2} = Y - b_{m-3} v_{m-3} - \dots - b_2 v'' - b_1 v' - b_0 v \end{cases}$$

со следующими начальными условиями:  $v(0) = r_0, v'(0) = r_1, \dots, v_{m-2}'(0) = r_{m-2}$ .

Основная идея предлагаемого метода заключается в том, что на каждом шаге итерационного процесса, сначала, используя конечно-разностный аналог последнего уравнения системы (9), находим значение  $v_{m-2}'(t_i)$  в текущей

момент времени  $t_i$  согласно формуле

$$(10) \quad v_{m-2}^i = \left( Y_{i-2} - g_{m-2} v_{m-2}^{i-2} - g_{m-1} \left( \frac{v_{m-2}^{i-1}}{\tau} \right) \right) g_m,$$

где коэффициенты  $g_{m-2}, g_{m-1}, g_m$  являются коэффициентами модели без обратных связей и определяются формулами

$$g_{m-2} = \frac{b_m}{\tau^2} - \frac{b_{m-1}}{\tau} + b_{m-2}, \quad g_{m-1} = \frac{-2b_m}{\tau} + b_{m-1}, \quad g_m = \frac{\tau^2}{b_m}.$$

Далее, используя конечно-разностные аналоги производных, получаем решение системы (9), находим значение  $v'_{m-2}(t_i)$  в текущей момент времени  $t_i$ . По завершении итерационного процесса получаем все значения  $v_1^i, \overline{1}, \overline{K}$ . Эти значения соответствуют восстановленному сигналу  $U_\delta(t_i)$ .

Основное преимущество предлагаемого метода восстановления входного сигнала заключается в том, что коррекция динамической погрешности осуществляется благодаря эффекту саморегуляризации и уровень шума восстановленного входного сигнала  $U_\delta(t)$  не превышает уровень шума в выходном сигнале.

В [16, 17] была получена теоретическая оценка погрешности метода восстановления входного сигнала. В результате сформулирован критерий шага дискретизации  $\tau$ :

$$(11) \quad \tau \delta^2 \leq \frac{\frac{c_1}{c_2} + \frac{c_0}{c_2}}{\frac{g_1}{g_2} + \frac{g_0}{g_2}}.$$

Условие (11) свидетельствует о зависимости устойчивости метода от  $\tau$ . Согласно концепции, приведенной в [15], шаг дискретизации  $\tau$  является параметром регуляризации, а предложенный метод обладает эффектом саморегуляризации.

Преимущество предложенной модели без обратных связей и метода восстановления входного сигнала заключается в том, что они не требуют перенастройки коэффициентов динамических характеристик  $k_i$  и  $d_j$ , и это позволяет значительно упростить вычислительную схему.

## **6. Верификация модели измерительной системы и метода восстановления входного сигнала**

Верификация модели измерительной системы и метода восстановления входного сигнала осуществлялась посредством экспериментальных исследований, включающих вычислительные эксперименты. В вычислительных экспериментах сначала, на основе имитационного моделирования, формировались тестовые значения входного сигнала  $U(t)$ . Тестовые значения использовали для сравнительного анализа с вычисленными значениями  $U_\delta(t)$ . В последующих экспериментах восстанавливали входной сигнал  $U_\delta(t)$  по экспериментальным значениям выходного сигнала  $Y$ , используя шаг дискретизации,



полученный на предыдущих этапах исследований. Затем восстановленный сигнал сравнивали с исходным сигналом  $U(t)$ .

### 6.1. Методика вычислительного эксперимента

Вычислительный эксперимент включал два этапа. Цель первого этапа заключалась в численной валидации модели без обратных связей. На этом этапе осуществлялся подбор шага дискретизации  $\tau$ . Цель второго состояла в численной верификации метода восстановления входного сигнала. Схема эксперимента представлена на рис. 3.

Этап I. Валидация модели. Сначала в модель с корректирующими обратными связями ( $W_S$ ) и в модель без обратных связей ( $W_M$ ) независимо друг от друга подавался сигнал  $U(t)$ . Далее формировали выходные сигналы  $Y_M$  и  $Y_S$ . Затем вычисляли

$$\Delta_Y = \max_{t \in [0, T]} |Y_M(t) - Y_S(t)|.$$

Если  $\Delta_Y > \delta$ , то выбиралось новое значение  $\tau$  в соответствии с условиями (11), формировался новый выходной сигнал  $Y_M$  и пересчитывали  $\Delta$ . По достижении условия  $\Delta_Y \leq \delta$  значение  $\tau$  фиксировалось, и переходили ко второму этапу эксперимента.

Этап II. Восстановление сигнала. На этом этапе в модель без обратных связей  $W_M$  подавался зашумленный сигнал  $Y$ . Далее, используя полученный на первом этапе параметр  $\tau$ , находили значения  $U_\delta$ , соответствующие восстановленному входному сигналу. В завершении оценивалось отклонение  $U_\delta$

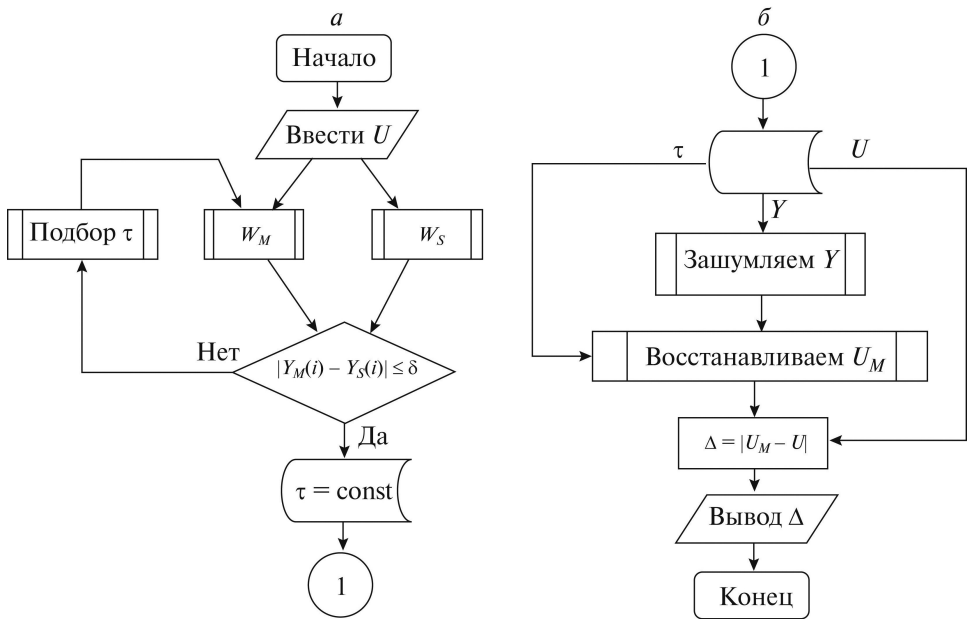


Рис. 3. Структурная схема вычислительного эксперимента:  $a$  – этап настройки модели;  $b$  – этап восстановления сигнала.

от  $U$  с помощью величины

$$\Delta_U = \max_{t \in [0, T]} |U_\delta(t) - U(t)|.$$

Значение  $\Delta_U$  является оценкой точности метода восстановления входного сигнала.

### 6.2. Результаты вычислительного эксперимента

В данной работе представлены результаты экспериментальных исследований для различных порядков измерительных систем по восстановлению входного сигнала по зашумленным данным.

В вычислительном эксперименте в качестве входного сигнала была взята функция  $U(t) = 1$ , уровень шума  $\delta = 5\%$ . Эксперимент проводился для измерительных систем следующих порядков, приведенных в таблице:

Параметры вычислительного эксперимента	
Порядок ИС	Передачная функция
II+I	$\frac{b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$
IV+0	$\frac{b_0}{(a_2 p^2 + a_1 p + a_0)(a_5 p^2 + a_4 p + a_3)}$
V+III	$\frac{(b_1 p + b_0)(b_4 p^2 + b_3 p + b_2)}{(a_2 p^2 + a_1 p + a_0)(a_5 p^2 + a_4 p + a_3)(a_7 p + a_6)}$

Результаты эксперимента для измерительной системы в со вторым порядком для выходного сигнала и первым для входного сигнала (II+I) представлены на рис. 4. Обозначения: «input signal» – исходный сигнал, «restored signal» – восстановленный сигнал.

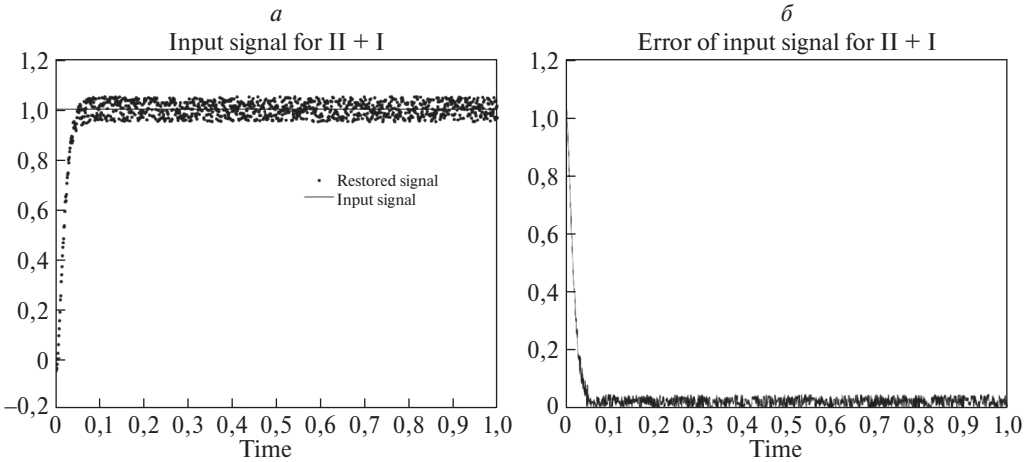


Рис. 4. *a* – Графики исходного входного сигнала  $U(t)$  и восстановленного сигнала  $U_\delta(t)$ . Обозначения: «input signal» – исходный сигнал, «restored signal» – восстановленный сигнал. *б* – Отклонение восстановленного сигнала от исходного для системы второго порядка для выходного сигнала и первого для входного сигнала  $\Delta_U$ .

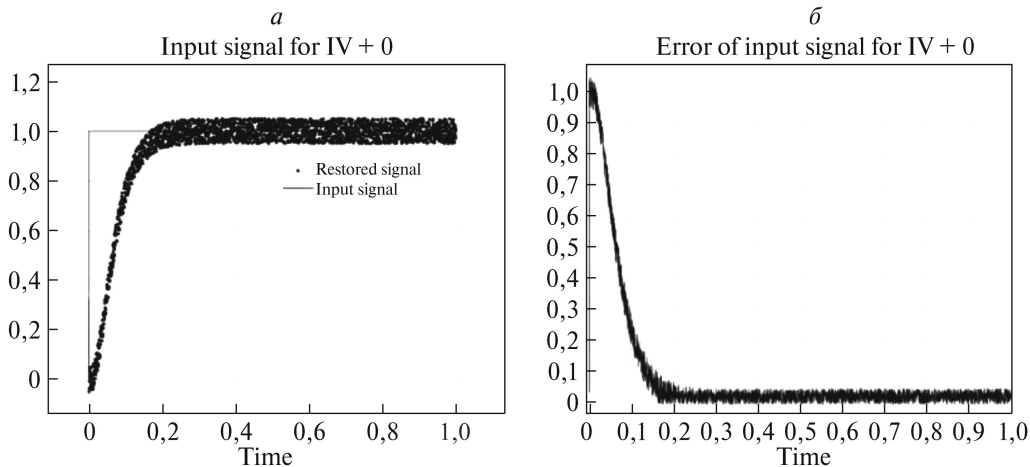


Рис. 5. *а* – Графики исходного входного сигнала  $U(t)$  и восстановленного сигнала  $U_{\delta}(t)$ . Обозначения: «*input signal*» – исходный сигнал, «*restored signal*» – восстановленный сигнал. *б* – Отклонение восстановленного сигнала от исходного для системы четвертого порядка для выходного сигнала и нулевого для входного сигнала  $\Delta_U$ .

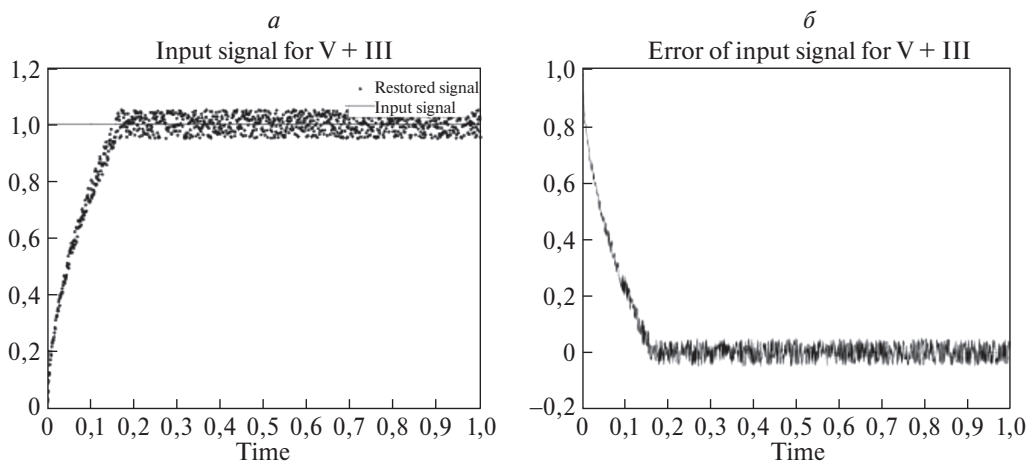


Рис. 6. *а* – Графики исходного входного сигнала  $U(t)$  и восстановленного сигнала  $U_{\delta}(t)$ . Обозначения: «*input signal*» – исходный сигнал, «*restored signal*» – восстановленный сигнал. *б* – Отклонение восстановленного сигнала от исходного для системы пятого порядка для выходного сигнала и третьего для входного сигнала  $\Delta_U$ .

Отклонение восстановленного сигнала от исходного в эксперименте составило не более 5% при  $\tau = 1,2 \cdot 10^{-3}$ .

Результаты эксперимента для ИС четвертого порядка для выходного сигнала и нулевого для входного сигнала (IV+0) представлены на рис. 5. Обозначения: «*input signal*» – исходный сигнал, «*restored signal*» – восстановленный сигнал.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного в данном эксперименте составило не более 5% при  $\tau = 1,75 \cdot 10^{-3}$ .

Результаты эксперимента для ИС четвертого порядка для выходного сигнала и нулевого для входного сигнала (V+III) представлены на рис. 6. Обозначения: «*input signal*» – исходный сигнал, «*restored signal*» – восстановленный сигнал.

Отклонение восстановленного сигнала от исходного в эксперименте составило не более 5% при  $\tau = 1,75 \cdot 10^{-3}$ .

Результаты экспериментов свидетельствуют об устойчивости метода восстановления входного сигнала посредством модели без обратных связей для систем различных порядков, т.е. уровень шума восстановленного сигнала остается в контролируемых пределах.

## 7. Заключение

В статье предложены модель измерительной системы без обратных связей и метод восстановления входного сигнала по зашумленному выходному сигналу для динамической системы произвольного порядка. Метод восстановления входного сигнала основан на использовании регуляризирующих подходов. Показано, что метод обладает эффектом саморегуляризации. На основе построенных вычислительных схем проведен вычислительный эксперимент и выполнен сравнительный анализ результатов восстановления входного сигнала с тестовыми функциями. Результаты эксперимента свидетельствуют о том, что предложенный метод сохраняет уровень погрешности восстановленного входного сигнала на уровне погрешности исходных данных для различных порядков измерительной системы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shestakov A.L.* Dynamic error correction method // IEEE Transact. Instrument. Measur. 1996. V. 45. No. 1. P. 250–255.
2. *Шестаков А.Л.* Методы теории автоматического управления в динамических измерениях. Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2013.
3. *Грановский В.А., Этингер Ю.С.* Методика определения динамических свойств средств измерений // Метрология. 1974. № 10. С. 9–12.
4. *Грановский В.А.* Динамические измерения. Л.: Энергоатомиздат, 1984.
5. *Engelberg S.* Tutorial 15: control theory, part I // IEEE Instrumentation and Measurement Magazine. 2008. V. 11. No. 3. P. 34–40.  
<https://doi.org/10.1109/MIM.2008.4534376>
6. *Ruhm K.* Measurement plus observation—A new structure in metrology // Measurement. 2018. V. 126. P. 421–432. ISBN 0263-2241.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.measurement.2017.03.040>
7. *Солопченко Г.Н.* Определение параметров дробно-рациональной передаточной функции средств измерений по экспериментальным данным // Метрология. 1978. № 5. С. 20–24.
8. *Солопченко Г.Н., Челпанов И.Б.* Компенсация динамических погрешностей при неполных сведениях о свойствах приборов и измеряемых сигналов // Метрология. 1979. № 6. С. 3–13.

9. *Солопченко Г.Н.* Обратные задачи в измерительных процедурах // Измерения, контроль, автоматизация. 1983. № 2. С. 32–46.
10. *Верлань А.Ф., Сизиков В.С.* Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Киев: Наук. думка, 1978.
11. *Forbes A., Eichstadt S., Pavese F. et. al.* Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology and Testing XI, 2018.
12. *Шестаков А.Л.* Измерительный преобразователь динамических параметров [Текст]: а. с. № 1571514: МПК G01P15/08 / заявитель Челяб. политех. ин-т им. Ленинского комсомола. № 4386153/24-10; заяв 01.03.1988; опубл. 15.06.90. Бюл. № 22. 3 с.
13. *Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шмидтский С.П.* Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980.
14. *Тихонов А.Н., Арсенин В.А.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974.
15. *Вайнишко Г.М., Хямарик У.А.* Проекционные методы и саморегуляризация в некорректных задачах // Изв. вузов. Матем. 1985. № 10. 3–17; Soviet Math. (Iz. VUZ) 1985. 29:10. 1–20.
16. *Япаров Д.Д.* Оценка метода восстановления входного сигнала по зашумленным данным // Вестник УрФО. Безопасность в информационной сфере. 2022. № 4 (46). С. 32–38.
17. *Япаров Д.Д., Шестаков А.Л.* Метод восстановления входного сигнала в динамических системах на основе дискретной модели с исключением корректирующих обратных связей // Вестн. Юж-Урал. гос. ун-та. Серия: «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». 2022. Т. 22. № 4. С. 56–66.

*Статья представлена к публикации членом редколлегии М.Ф. Караваем.*

Поступила в редакцию 17.03.2023

После доработки 17.01.2024

Принята к публикации 20.01.2024